



実験の手順

- 角度を変えて斜面上に置いたローラーに働く力を、糸を通して繋がれた分銅の重さで測定します。
- 斜面上に置いた物体に働く斜面下向きの力が、斜面の角度 α を使って $\sin \alpha$ に比例することを確認します。
- 斜面の角度を変えて、ローラーが斜面を転がり落ちる時間を測定します。
- 剛体の回転運動を考慮した加速度と測定値を比較します。

目的

斜面上に置いた物体に働く重力の分力を調べる。

まとめ

斜面上に置いた物体に働く力を調べます。力はベクトルで表わされるので、分力(=力をいくつかのベクトルに分解すること)を求めます。これから斜面上に置いた物体には斜面に平行で下向きの力が加わることが分かります。
次に斜面上の物体が運動する様子調べます。ここで使うローラーは転がりながら斜面を下っていきますが、質点の運動と見なすことはできません。大きさを持った物体(固体)を「変形しない物体=剛体」として扱います。こうすることでローラーの回転運動がエネルギーを持ち、このため斜面を下る加速度は質点として扱うよりも小さくなること分かります。

必要機器

品番	品名	数量
U30015	斜面実験器	1
U20034	高精度バネばかり・5N	1
U29576	分銅セット・1g~500g、木箱付	1
U10073	ポケット巻尺・2m	1
U11902	デジタルストップウォッチ	1

基本原理

力はベクトル量なので任意の複数のベクトルの和で表せます。その為、考えるのに都合の良い分力に分解できます。斜面上の物体を考えるときは斜面に平行な力と斜面に垂直な力に分けると扱いやすくなります。ここから斜面上の物体には斜面に平行で下向きの力が働くことが分かります。
次に斜面上に置かれた物体の運動を調べます。斜面を滑らずに転がり落ちるローラーは、摩擦の影響をほとんど受けません。ローラーの回転運動がある事により、斜面に平行で下向きの加速度は質点として扱ったときの加速度よりも小さくなります。

基礎実験

- 仕様は予告なく変更されることがあります。
- 品番・製品名をクリックすると製品仕様ページ(外部サイト)が開きます。

図1のように斜面上に置かれた物体が、取り付けられた糸を通して斜面に平行な張力によって静止している状態を考えます。ここでは回転軸の摩擦と糸の質量は無視できるとし、糸は伸びないとし、物体が静止しているため、この物体に働いている力は釣り合っています。物体には4つの力が働いています。重力と糸による張力、斜面からの抗力及び摩擦力です。図1のように斜面に平行にx軸、斜面に垂直にy軸を取ると後の計算が簡単になります。また重力はこの座標系でのx成分とy成分に分力に分けて書くと図1のようになります。

図1のように斜面上に置かれた物体が、取り付けられた糸を通して斜面に平行な張力によって静止している状態を考えます。ここでは回転軸の摩擦と糸の質量は無視できるとし、糸は伸びないとし、物体が静止しているため、この物体に働いている力は釣り合っています。物体には4つの力が働いています。重力と糸による張力、斜面からの抗力及び摩擦力です。図1のように斜面に平行にx軸、斜面に垂直にy軸を取ると後の計算が簡単になります。また重力はこの座標系でのx成分とy成分に分力に分けて書くと図1のようになります。

y軸方向の運動

運動方程式は下記ようになります。

$$(1) \quad m \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} = N - m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

今、y軸方向へ物体が動くことはありませんから、斜面からの垂直抗力Nと物体に働く重力のy成分が釣り合っています。

$$\therefore m \cdot g \cdot \cos \alpha = N$$

x軸方向の運動

運動方程式は下記ようになります。

$$(2) \quad m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = m \cdot g \cdot \sin \alpha - T + F$$

ここでTは糸の張力、Fは摩擦力を表わします。摩擦力の正負は、ここでは分かっていません。
この運動方程式を元に、斜面上に置かれた物体に働く力と斜面の角度の関係を調べます。

実験は次のように行います

最初にローラーの質量と錘皿の質量をバネばかりで測定します。

ローラーと錘皿はプーリを通して糸で繋がります。

斜面の角度を固定し、ローラーを斜面上に置きます。

錘皿に錘を加えていき、釣り合った時の錘と錘皿の質量合計と斜面の角度を記録します。

(ローラーを斜面上で軽く転がして、上にも下にも同じように動くときを釣り合いと判断します。こうすることで摩擦力の影響を最小限にできます。)

斜面の角度を変えて、同じ実験を繰り返します。

次に斜面を転がり落ちる運動を調べます。摩擦の影響を避けるため、ねじをゆるめてローラーからフレームを外しておきます。この運動ではy軸方向には動かないので、前実験と同じになります。

一方、x成分は次の2つの式を同時に満たします。

$$(3) \quad m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$(4) \quad I \cdot \frac{d\phi^2}{dt^2} = a \cdot \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

ここでxはローラーの重心座標、 μ は摩擦係数、I、aはそれぞれローラーの慣性モーメントと底面の半径を表わします。

これを解くのは有意義ですが煩雑なので、ここでは結果だけを示すと

$$(5) \quad x = \frac{1}{3} \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot t^2$$

となります。(計算詳細は別紙参照)

この結果はローラーが斜面を転がる場合、重心運動の加速度が $\frac{2}{3} \cdot g \cdot \sin \alpha$ である事を示しています。ローラーの回転運動を考えなかった場合は $g \cdot \sin \alpha$ ですから、回転のエネルギー分だけ減少していることが分かります。

実験は次のように行います。

斜面実験器に適切な距離L(50cm程度)を測って2箇所、テープなどで印を付けます。

斜面の角度を固定して上側の印にローラーを置き、手を離してから下側の印を通過するまでの時間を複数測定し記録します。

斜面の角度を変えて同じ測定を行います。

評価

最初の実験ではローラーに働く力が釣り合ったときは、錘皿を含めた錘の質量に働く重力とローラーに働く斜面平行下向きの力が等しくなっています。錘の質量を縦軸に、横軸に $\sin \alpha$ を取りグラフにすると、誤差の範囲で一直線に載りグラフの傾きがmになることが分かります。

(図2) これから斜面上に置かれた物体に働く斜面下向きの力は $m \cdot g \cdot \sin \alpha$ と言えます。

次の実験データから $\frac{L}{t^2}$ を横軸 $\sin \alpha$ でプロットすると誤差の範囲で一直線に載ることが分かります。直線の傾きを調べると質点として扱ったときの $\frac{1}{2}g$ より小さく、ほぼ $\frac{1}{3}g$ になります。

この減少分は別紙計算の通り、ローラーの回転エネルギーに使われています。

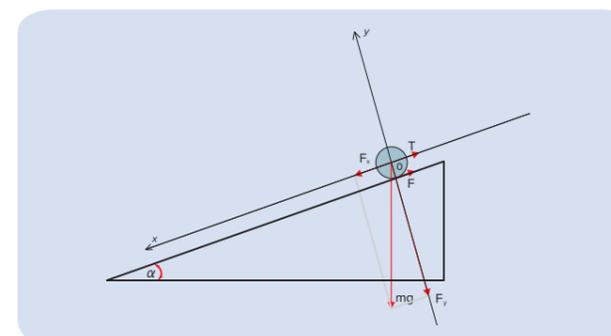


図1：斜面上に置いた物体に働く力

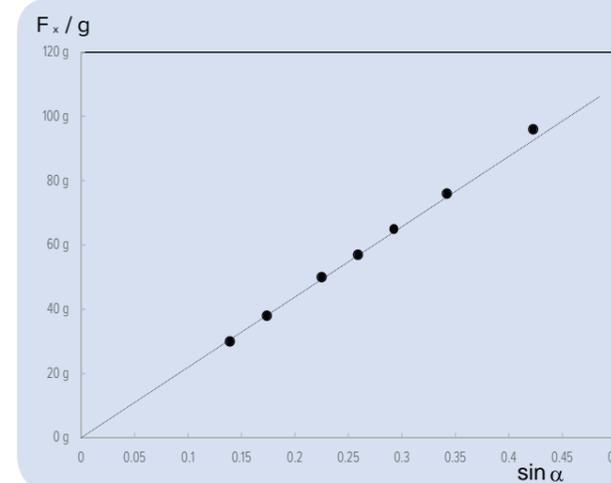


図2：錘皿を含む錘の質量と $\sin \alpha$ のグラフ (ローラーは約220g)

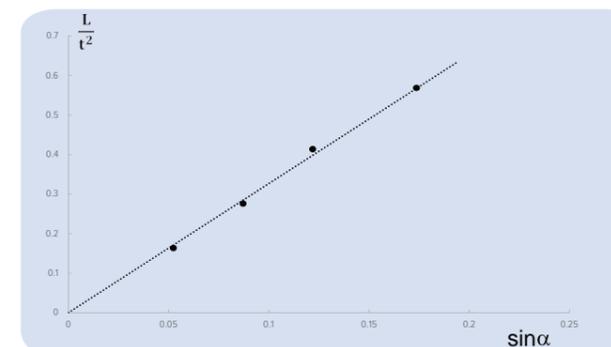


図3： $\frac{L}{t^2}$ と $\sin \alpha$ のグラフ (L=50cm)