

UE1030400 斜方投射 測定データ

3B Scientific

1 実験に必要な機材

品番	品目	数量
U10360	放物投射装置	1
U10361	放物投射装置固定具	1
U8401560	垂直定規・1m	1
U8401570	定規用カーソルセット	1
U13265	支柱用台座	1

※別途、ご用意ください。・巻尺 (2m), 1 個

2 セッティング

本実験機器を図 1 のようにセッティングします。

3 初速度の計算

各バネテンションで射出角度 45° の到達距離は次のとおりでした。

表 1: 水平到達距離 s と 計算された初速度 v_0

バネテンション	X [mm]	s [mm]	v_0 [m/s]
1	1100	1210	3.45
2	2230	2340	4.79
3	4490	4600	6.72

表 1 の初速度は、空気抵抗がないとし、次のように計算しました。

$$\begin{cases} x(t) = v_{0x}t \\ y(t) = v_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \end{cases}$$

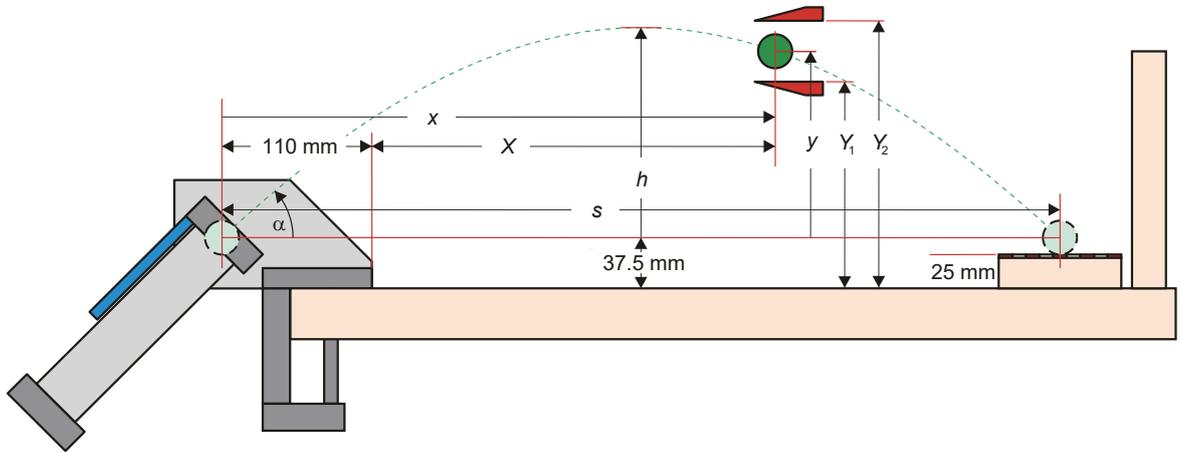


図 1: 実験機器セッティング概略と座標

よって到達距離 s は $x(t)$ で $y(t) = 0$ となる時間 t を入れた式と一致します。

$$\begin{aligned}
 y(t) = 0 &\Rightarrow t = 0, \frac{2v_y}{g} \\
 \therefore s &= v_{0x} \cdot \frac{2v_{0y}}{g} \\
 v_{0x} &= v_0 \cdot \cos \alpha \\
 v_{0y} &= v_0 \cdot \sin \alpha \\
 s &= \frac{2v_0^2}{g} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\
 &= \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha \tag{1}
 \end{aligned}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{sg}{\sin 2\alpha}} \tag{2}$$

また, (1) 式から到達距離 s と $\sin 2\alpha$ が比例していることが分ります。

4 ボールの軌道測定

ボールの軌道測定方法は次のとおりです。

- i) カーソル (U8401570) を外した状態で測定したい水平位置 (X) に垂直定規 (U8401560) を立て, およその軌道高さを測ります
- ii) カーソルを取り付け数回投射を繰り返す, Y の下限 Y_1 ・上限 Y_2 を測定します

- iii) 発射高さを考え、ボール中心の高さを $\frac{Y_2+Y_1}{2} - 37.5\text{mm}$ と計算します
- iv) ボールの半径 $r = 12.5\text{mm}$ を考慮して、ボール中心軌道の高さばらつきを $\Delta y = \frac{Y_2-Y_1}{2} - 12.5\text{mm}$ とします
- v) 垂直定規の水平位置を変えて同様に測定し、各 X での Y を記録します

各投射角度の軌道データはバネテンション 1 で測定しています。

表 2: 投射角度 $\alpha = 30^\circ$ の軌道測定結果

X [mm]	x [mm]	Y_1 [mm]	Y_2 [mm]	y [mm]	Δy [mm]
100	210	110	140	87.5	2.5
150	260	135	165	112.5	2.5
200	310	155	185	132.5	2.5
250	360	165	195	142.5	2.5
300	410	175	205	152.5	2.5
350	460	180	210	157.5	2.5
400	510	185	215	162.5	2.5
450	560	185	215	162.5	2.5
500	610	180	210	157.5	2.5
550	660	175	205	152.5	2.5
600	710	165	200	145.0	5
650	760	150	185	130.0	5
700	810	140	170	117.5	2.5
750	860	120	155	100.0	5

表 3: 投射角度 $\alpha = 45^\circ$ の軌道測定結果

X [mm]	x [mm]	Y_1 [mm]	Y_2 [mm]	y [mm]	Δy [mm]
0	110	120	155	100	5
50	160	160	195	140	5
100	210	195	225	172.5	2.5
150	260	225	260	205	5
200	310	255	290	235	5
250	360	275	310	255	5
300	410	295	330	275	5
350	460	310	345	290	5
400	510	325	355	302.5	2.5
450	560	330	360	307.5	2.5
500	610	330	360	307.5	2.5
550	660	325	355	302.5	2.5
600	710	320	350	297.5	2.5
650	760	310	340	287.5	2.5
700	810	290	320	267.5	2.5
750	860	270	305	250	5
800	910	245	285	227.5	7.5
850	960	220	255	200	5
900	1010	185	225	167.5	7.5
950	1060	145	190	130	10
1000	1110	110	150	92.5	7.5

表 4: 投射角度 $\alpha = 60^\circ$ の軌道測定結果

X [mm]	x [mm]	Y_1 [mm]	Y_2 [mm]	y [mm]	Δy [mm]
0	110	195	245	182.5	12.5
50	160	260	305	245	10
100	210	310	350	292.5	7.5
150	260	370	410	352.5	7.5
200	310	405	440	385	5
250	360	440	485	425	10
300	410	465	495	442.5	2.5
350	460	480	510	457.5	2.5
400	510	480	510	457.5	2.5
450	560	475	505	452.5	2.5
500	610	460	490	437.5	2.5
550	660	435	470	415	5
600	710	405	445	387.5	7.5
650	760	355	400	340	10
700	810	310	355	295	10
750	860	245	295	232.5	12.5
800	910	170	240	167.5	22.5

表 5: 投射角度 $\alpha = 75^\circ$ の軌道測定結果

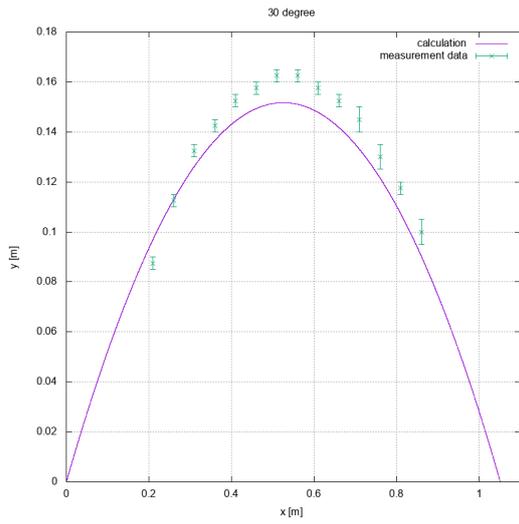
X [mm]	x [mm]	Y_1 [mm]	Y_2 [mm]	y [mm]	Δy [mm]
0	110	310	430	332.5	47.5
50	160	450	510	442.5	17.5
100	210	525	570	510	10
150	260	575	605	552.5	2.5
200	310	575	610	555	5
250	360	540	585	525	10
300	410	470	525	460	15
350	460	360	440	362.5	27.5
400	510	225	320	235	35

5 検討

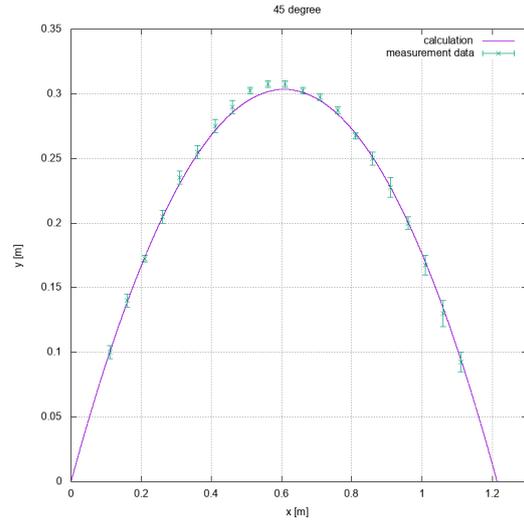
単純に空気抵抗を無視して運動方程式を考えると、次のようになります。このとき、図1の奥行き方向には力が働いていないため、ボールは x-y 平面内を運動しています。

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{x} = 0 \\ m \cdot \ddot{y} = -mg \end{cases}$$
$$\therefore \begin{cases} x = v_{ox} \cdot t \\ y = v_{oy} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \end{cases}$$

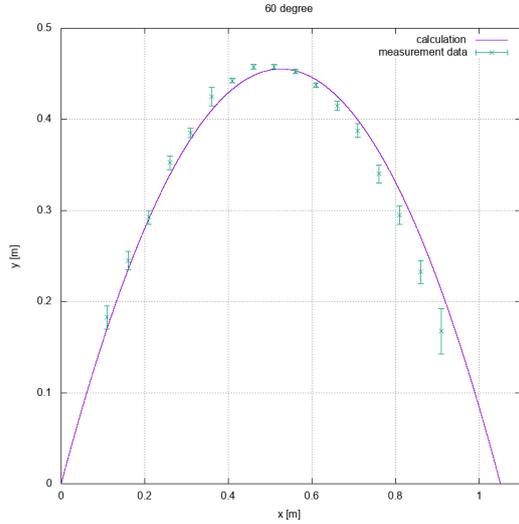
この計算した軌道をデータに重ねたものが図 2a~2d となります。大きくズレていることから、別紙で空気抵抗を考慮した運動方程式を検討しています。Appendix:空気抵抗を考慮した運動方程式の検討を参照してください。



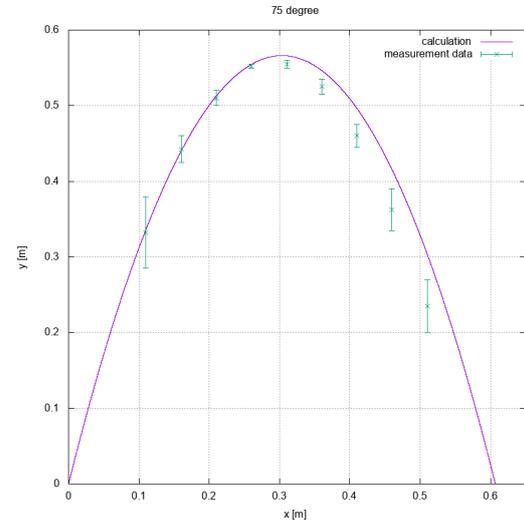
(a) $\alpha = 30^\circ$



(b) $\alpha = 45^\circ$



(c) $\alpha = 60^\circ$



(d) $\alpha = 75^\circ$

図 2: 空気抵抗を無視した計算軌道と実測データ