



目的

超音波運動センサーを使用して、コイルバネによる振り子の振動を測定すること。

まとめ

コイルバネによる振り子の振動は、単振動の古典的な例のひとつになります。本実験ではこれらの振動は、バネ振り子に吊り下げられたおもりの距離を測定する超音波運動センサーによって記録されます。

実験の手順

- 超音波運動センサーを使用して、コイルバネによる振り子の調和振動を、時間の関数として記録します。
- バネ定数 k と質量 m のさまざまな組み合わせに対して、振動周期 T を測定します。

必要機器

| 品番 | 品名 | 数量 |
|------------|----------------------------|----|
| U40816 | フックの法則実験用つる巻きバネセット | 1 |
| U30031 | スリット分銅セット・10g × 10 | 1 |
| U30032 | スリット分銅セット・100g × 5 | 1 |
| U13270 | 水平調整式三脚・支持穴2つ付き・15 cm | 1 |
| U15004 | ステンレス鋼製支柱・100cm | 1 |
| U13252 | フック付きムッフ | 1 |
| U11361 | 超音波運動センサー | 1 |
| U11310 | Windows® 用 3B NETlab™ | 1 |
| U11300-115 | 3B NETlog™ (100V, 50/60Hz) | 1 |
| U10073 | ポケット巻尺・2m | 1 |

基本原理

平衡位置から外れた系に平衡位置へと復元させる力が働く際には、振動が生じます。復元力が常に平衡位置からのずれに比例する場合は、単振動として知られる現象になります。コイルバネ振り子の振動は、この現象の古典的な例のひとつになります。平衡位置からのずれが復元力に比例するという性質は、フックの法則として知られています。

基礎実験

フックの法則によれば、平衡位置からのずれ x と復元力 F との関係は、バネ定数を k として、以下の式によって表されます。

$$(1) \quad F = -k \cdot x$$

バネから吊り下げられた質量 m のおもりに対して、以下の式が成り立ちます。

$$(2) \quad m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + k \cdot x = 0$$

この式は、バネの自重と、振動に伴うすべての摩擦が無視できる場合に適用できます。

一般には、この運動方程式の解は、以下の形になります。

$$(3) \quad x(t) = A \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi\right)$$

この結果は超音波運動センサーを使用する実験で、コイルバネ振り子の調和振動を時間の関数として記録し、それを正弦関数と比べることによって確認できます。

超音波運動センサーにより、センサーとバネから吊り下げられたおもりの距離が測定できます。較正による補正可能なゼロ点からのずれを除けば、測定値は式(3)にある変数 $x(t)$ になります。

振動周期 T は正弦波の1周期であることより、式(3)から次式になります。

$$(4) \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

式(4)を実験で確認するには、バネ定数 k と質量 m のさまざまな組み合わせに対して測定を行い、測定データから周期を計測することで可能です。

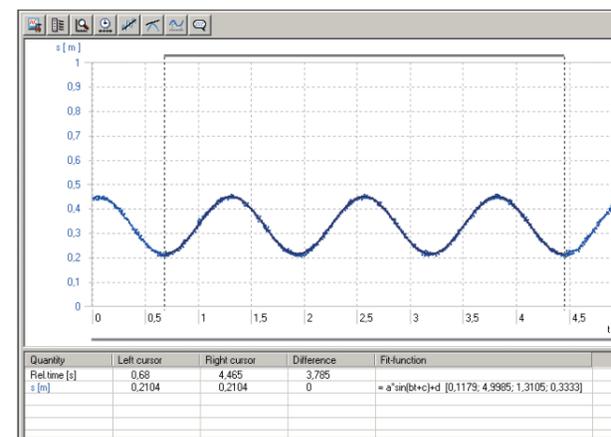


図1：記録した振動データを、正弦関数にフィットさせた結果。

評価

以下の性質は、式(4)から導かれます。

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} \cdot m$$

測定結果を使って、バネ定数 k の様々な値に対して、 T^2 を質量 m に対してプロットします。測定誤差の範囲内で、これらの結果は原点を通る直線上に分布し、その傾きは第2のグラフから計算されます。

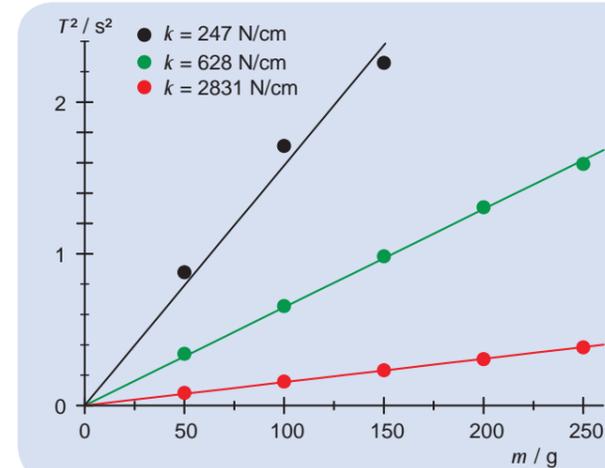


図2： T^2 を質量 m の関数としてプロットした結果。

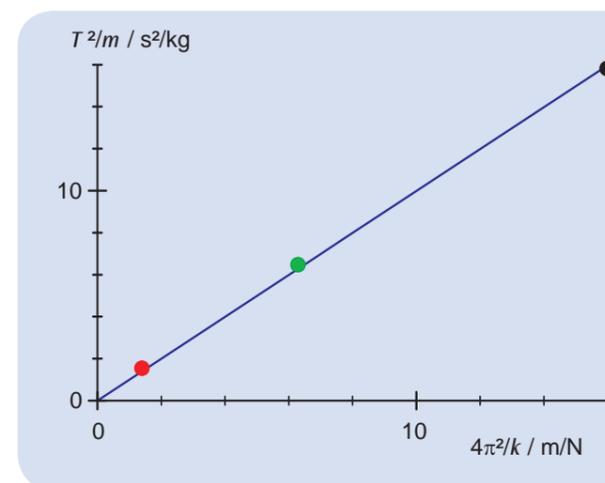


図3： $\frac{T^2}{m}$ を $\frac{4\pi^2}{k}$ の関数としてプロットした結果。