

UE4030410 干渉計によるガラスの屈折率測定

3B Scientific

28 April 2020

1 光路差の検討

この実験では屈折率を測定する光学ガラス板を光線に対し垂直に入れた状態からガラス板を傾けていき、その時の波数の変化から屈折率を求めます。そのため、初期状態（ガラス板が光線に対し垂直な状態）からの光路の変化は、最初にハーフミラーで反射され分割された光の光路差を考えるだけで十分です。

ミラーを回転させることで変化する光路差を考えるために、ガラス中の光路差を ΔS_1 、空気中の光路差を ΔS_2 とします。

図 1 より

$$\begin{aligned}\Delta S_1 &= a - d = d \left(\frac{1}{\cos \beta} - 1 \right) \\ \Delta S_2 &= L \sin \alpha - \frac{d}{2 \cos \alpha} + \frac{d}{2} - \left\{ L \sin \alpha + \frac{d}{2 \cos \alpha} - \frac{d}{2} - (b_2 - b_1) \sin \alpha \right\} \\ &= d - \frac{d}{\cos \alpha} + (b_2 - b_1) \sin \alpha \\ &= d \left\{ \left(1 - \frac{1}{\cos \alpha} \right) + (\tan \alpha - \tan \beta) \sin \alpha \right\}\end{aligned}$$

ここで

$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{b_2}{d} \\ \tan \beta = \frac{b_1}{d} \\ \cos \beta = \frac{d}{a} \end{cases}$$

ガラス中の光速を c_G とし、その時の波長を λ' とすれば屈折率 n_G (空気→ガラス) を使い

$$\begin{aligned}n_G &= \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_0}{c_G} = \frac{\lambda}{\lambda'} \\ \lambda' &= \frac{\lambda}{n_G}\end{aligned}$$

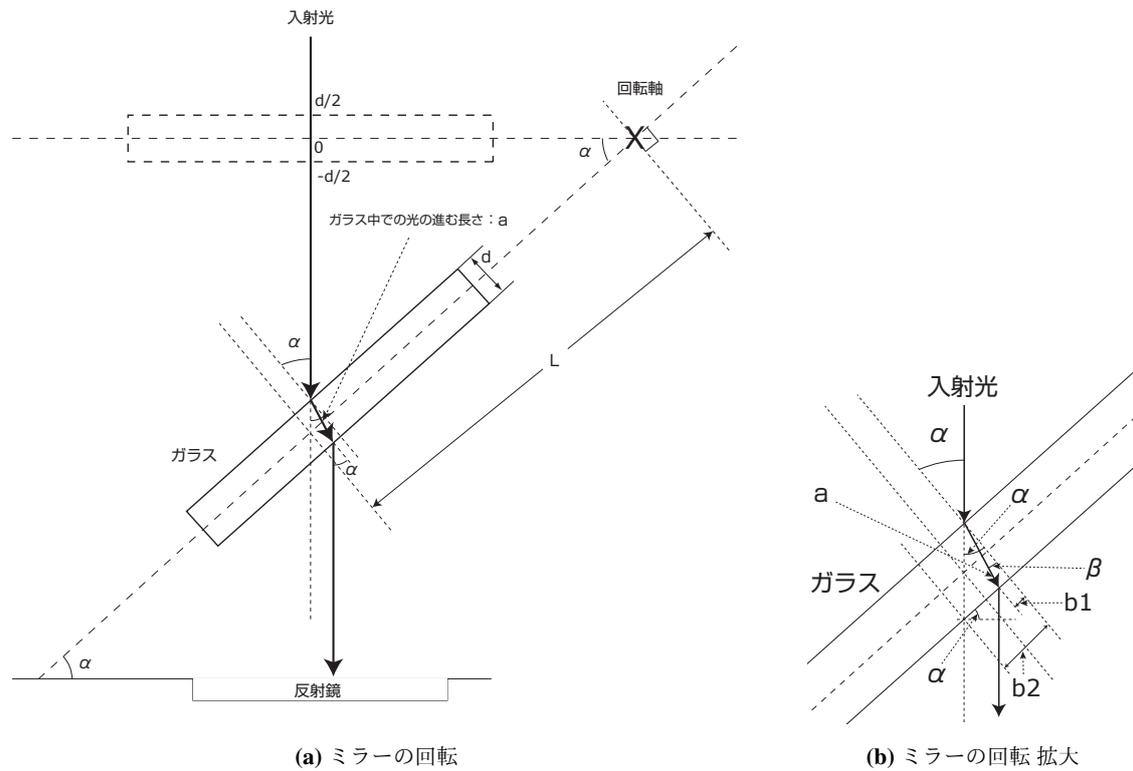


図 1: ミラーの回転と屈折角

と表せます。ここで c_0, λ はそれぞれ、真空中の光速と波長です。

光はミラーにより反射するため、同じ経路を 2 回通ります。よって、この変化による波数の差 Δk は

$$\begin{aligned} \Delta k &= 2 \left(\frac{\Delta S_1}{\lambda'} + \frac{\Delta S_2}{\lambda} \right) \\ &= \frac{2}{\lambda} (n_G \Delta S_1 + \Delta S_2) \end{aligned} \quad (1)$$

Δk が整数のとき、リングの中心で (明→) 暗→明 (→暗) の繰り返しが整数回となるので*¹, (1) 式

*¹ 実験動画ではリング中心で暗部が生じる直前から測定を開始し、リング中心の明部に暗部が生じる直前での角度を測定しています。

を整数 m に等しいとして

$$\begin{aligned}
 m &= \frac{2}{\lambda}(n_G \Delta S_1 + \Delta S_2) \\
 &= 2d \left\{ (n_G - 1) \left(\frac{1}{\cos \beta} - 1 \right) + (\tan \alpha - \tan \beta) \sin \alpha \right\} \\
 \frac{m\lambda}{2d} - \tan \alpha \sin \alpha + n_G - 1 &= \frac{n_G - 1}{\cos \beta} - \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \beta} \\
 &= \frac{1}{\cos \beta} \left(n_G - 1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_G} \right) \tag{2}
 \end{aligned}$$

と書けます。

β を消すために (2) 式の両辺を二乗すると

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\cos^2 \beta} \left(n_G - 1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_G} \right)^2 &= \frac{1}{1 - \left(\frac{\sin \alpha}{n_G} \right)^2} \left(n_G^2 - 2n_G + 1 - 2 \frac{n_G - 1}{n_G} \sin^2 \alpha + \frac{\sin^4 \alpha}{n_G^2} \right) \\
 &= \frac{n_G^2}{n_G^2 - \sin^2 \alpha} \left(n_G^2 - 2n_G + 1 - 2 \frac{n_G - 1}{n_G} \sin^2 \alpha + \frac{\sin^4 \alpha}{n_G^2} \right) \\
 &= \left(\frac{m\lambda}{2d} - \tan \alpha \sin \alpha \right)^2 + 2(n_G - 1) \left(\frac{m\lambda}{2d} - \tan \alpha \sin \alpha \right) + (n_G - 1)^2 \tag{3}
 \end{aligned}$$

であり, (3) 式を n_G の式と見て整理します。また煩雑なので以下の置き換えをします。

$$A \equiv \frac{m\lambda}{2d} - \tan \alpha \sin \alpha$$

よって

$$2An_G^3 + (A^2 - 2A + \sin^2 \alpha)n_G^2 - (2A \sin^2 \alpha)n_G - \sin^2 \alpha(A^2 - 2A + \sin^2 \alpha) = 0$$

λ は既知であり, m, α は測定によって得られます。また 3 次方程式は解の公式があるので, それを使って得られた測定値からガラスの屈折率 n_G を求めることができます。

2 測定結果

4 回の測定をし, それぞれ次のような結果になりました。屈折率の計算に用いた光源波長は $\lambda = 633\text{nm}$ としました。 m と屈折率 n_G のグラフ, 図 2 を見ると, 屈折率はおよそ 1.63 となります。メーカーからは m が小さすぎると誤差が大きくなるという情報があるので, 直線近似や平均値ではなく, 収束する値を屈折率とします。

m	$m\lambda$ [m]	読み取り値 [°]	補正後 [°]	n_G
10	6.33E-06	3.4	2.8	1.749
20	1.27E-05	5.2	4.6	1.666
30	1.90E-05	6.4	5.8	1.656
40	2.53E-05	7.4	6.8	1.652
50	3.17E-05	8.4	7.8	1.645
60	3.80E-05	9.6	9.0	1.632
70	4.43E-05	10.4	9.8	1.632
80	5.06E-05	11.2	10.6	1.632
90	5.70E-05	12.0	11.4	1.631
100	6.33E-05	12.6	12.0	1.633

表 1: 1 回目: 初期角度 $\phi_0 = 0.6^\circ$

m	$m\lambda$ [m]	読み取り値 [°]	補正後 [°]	n_G
10	6.33E-06	3.4	3.4	1.647
20	1.27E-05	5.0	5.0	1.635
30	1.90E-05	6.4	6.4	1.624
40	2.53E-05	7.6	7.6	1.619
50	3.17E-05	8.4	8.4	1.624
60	3.80E-05	9.2	9.2	1.627
70	4.43E-05	10.0	10.0	1.628
80	5.06E-05	10.8	10.8	1.628
90	5.70E-05	11.4	11.4	1.631
100	6.33E-05	12.2	12.2	1.630

表 2: 2 回目: 初期角度 $\phi_0 = 0.0^\circ$

m	$m\lambda$ [m]	読み取り値 [°]	補正後 [°]	n_G
10	6.330E-06	3.6	3.0	1.704
20	1.266E-05	5.2	4.6	1.666
30	1.899E-05	6.4	5.8	1.656
40	2.532E-05	7.4	6.8	1.652
50	3.165E-05	8.4	7.8	1.645
60	3.798E-05	9.2	8.6	1.645
70	4.431E-05	10.0	9.4	1.643
80	5.064E-05	10.8	10.2	1.641
90	5.697E-05	11.6	11.0	1.639
100	6.330E-05	12.2	11.6	1.641
110	6.963E-05	13.2	12.6	1.636
120	7.596E-05	13.8	13.2	1.637
130	8.229E-05	14.6	14.0	1.636
140	8.862E-05	15.2	14.6	1.638
150	9.495E-05	15.8	15.2	1.639

表 3: 3 回目: 初期角度 $\phi_0 = 0.6^\circ$

m	$m\lambda$ [m]	読み取り値 [°]	補正後 [°]	n_G
10	6.33E-06	3.6	3.6	1.627
20	1.27E-05	5.2	5.2	1.623
30	1.90E-05	6.4	6.4	1.624
40	2.53E-05	7.4	7.4	1.626
50	3.17E-05	8.4	8.4	1.624
60	3.80E-05	9.2	9.2	1.627
70	4.43E-05	10.0	10.0	1.628
80	5.06E-05	10.8	10.8	1.628
90	5.70E-05	11.6	11.6	1.627
100	6.33E-05	12.2	12.2	1.630

表 4: 4 回目: 初期角度 $\phi_0 = 0.0^\circ$

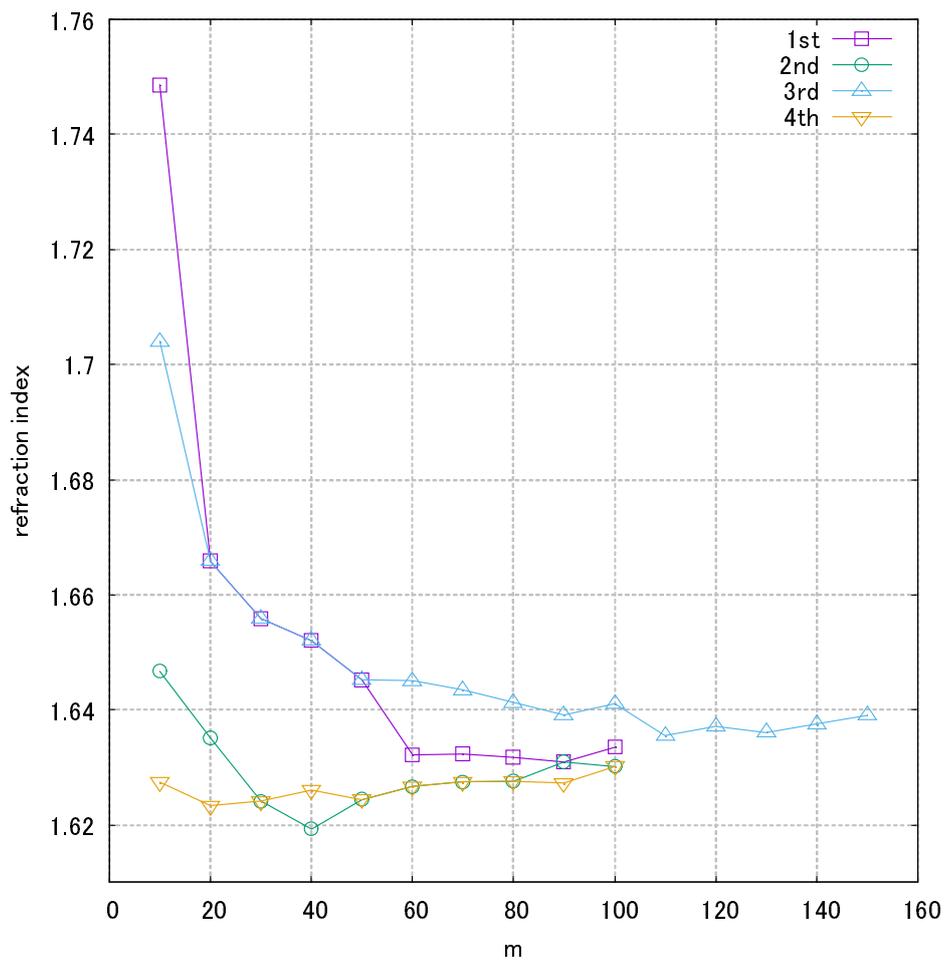


図 2: m と屈折率 n_G